### Controle Estatístico de Qualidade

Capítulo 4 (montgomery)

### Controle Estatístico de Qualidade

#### Introdução

- A II Guerra Mundial trouxe a necessidade de se produzir grande quantidade de produtos militares com qualidade e prazos pequenos;
- Nesta época, financiado pelo Depto de Defesa dos EUA, têm grande difusão o controle estatístico de qualidade (CEQ), tendo como base os estudos de:
  - Shewhart Cartas de Controle;
  - Dodge e Romig Técnicas de Amostragem

### Controle Estatístico de Qualidade

#### Introdução

- O uso de técnicas de amostragem tornou a inspeção mais eficiente, eliminando a "amostragem 100%"; A amostragem 100% normalmente representava um
  - Elevado Custo
  - Excesso de Tempo
- O CEQ se preocupava apenas em detectar defeitos. No entanto, não havia uma preocupação em investigar as causas que levam a tais defeitos nem com a prevenção dos mesmos.

#### Controle Estatístico do Processo

- Introdução
  - O Controle Estatístico do Processo (CEP) representa uma evolução do CEQ;
  - O CEP preocupa-se com a monitoração de um processo, verificando, se o mesmo está dentro de limites determinados.
  - O CEP procura:
    - A estabilização de processos através da redução de sua variabilidade, visando a melhoria e manutenção da qualidade.

#### Controle Estatístico do Processo

#### O papel do CEP

- O Controle Estatístico de Processo (CEP) é uma poderosa coleção de ferramentas úteis na obtenção da estabilidade do processo e na melhoria da capacidade através da redução da variabilidade;
- Um processo estará sob controle (estável) se os resultados estão em conformidade com os limites impostos, caso contrário o processo deve ser investigado para que sejam detectadas as causas do desvio;

#### Controle Estatístico do Processo

#### O papel do CEP

- As ferramentas que permitem monitorar um processo e dizer se ele estar ou n\(\tilde{a}\) os controle s\(\tilde{a}\) o chamadas "Sete Ferramentas da Qualidade".
  - 1. Gráfico de Histograma ou Ramo-e-Folhas
  - 2. Folha de Controle
  - Gráfico de Pareto
  - 4. Diagrama de Causa-e-Efeito
  - 5. Diagrama de Concentração de Defeitos
  - 6. Diagrama de Dispersão
  - Gráficos de Controle

- Gráfico de Histograma ou Ramo-e-Folhas
  - Gráficos onde são mostradas as frequências dos valores observados de uma variável;
  - Através deles podemos visualizar facilmente as seguintes características:
    - Forma (simétrica ou assimétrica);
    - Posição ou Tendência Central (média, moda ou mediana);
    - Dispersão (variabilidade);
  - Embora sejam uma excelente ferramenta de visualização, eles não levam em conta a ordem temporal das observações, implícita na maioria dos problemas de controle de qualidade.

Gráfico de Ramo-e-Folhas (exemplo)

#### **Descriptive Statistics**

Variable	N	Mean	Median	Min	Max
Length	143	61.283	61.000	36.000	83.000

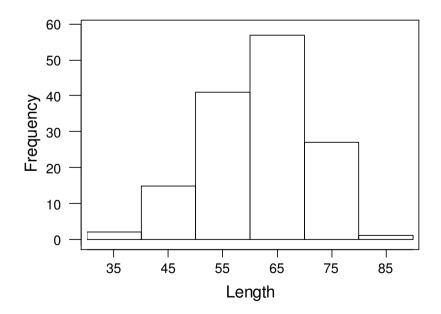
#### Stem-and-leaf of Length

```
N = 143
Leaf Unit = 1.0
```

```
Freq. Ramo Folha
2 3 67
17 4 001335566778889
58 5 00012223334455566677777777888888899999999

mediana → (57) 6 00000001111111111222233333333344444444455556666667777789999
28 7 000001222223333555556678899
```

Gráfico de Histograma



- Folha de Controle ou Verificação
  - Local onde é registrado o histórico passado e atual de uma variável do processo, sendo usada como entrada de dados no computador.
  - Com os avanços computacionais, a leitura, coleta e armazenamento das informações podem ser feitos automaticamente.
  - Ao planejar uma folha de controle é importante:
    - Especificar o tipo de dado a ser coletado;
    - Data;
    - Operador;
    - Outras informações úteis para investigação de causas que possam afetar o processo;
  - Falhas no planejamento podem comprometer os resultados sobre a estabilidade do processo.

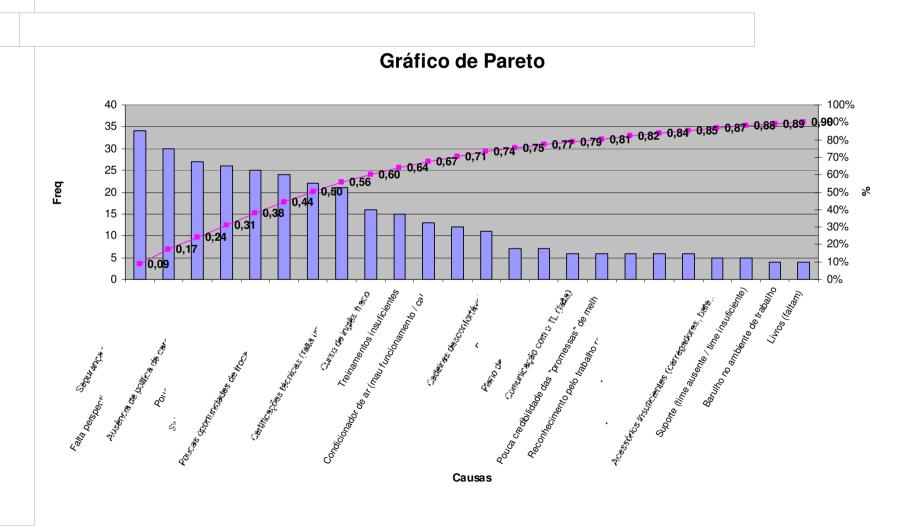
- Folha de Controle ou Verificação (exemplo)
  - Registro de Defeitos em um Produto

Operador Local

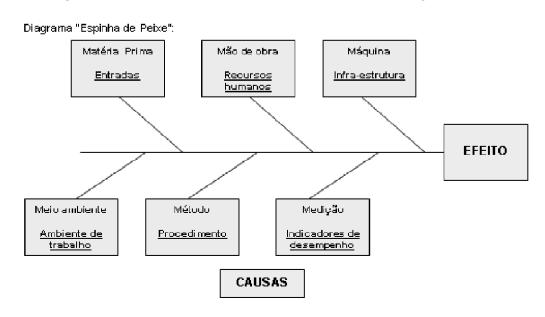
	2006							Ī	2007						
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3
Partes Danificadas	1	3		2				5				5	1		
Solda Desalinhada			5		3	8				6					
Falha no Adesivo	1			3				1			2		3		
••••															
Dimensões Incorretas		2	3		5	6	2					4			

#### Gráfico de Pareto

- Similar a um histograma, com os dados categorizados;
- Possibilita identificar de forma rápida, os defeitos que ocorrem mais freqüentemente;
- "... em muitos casos, a maior parte dos defeitos e de seus custos decorrem de um pequeno número de causas." (J. M. Juran);
- Muitos analistas adicionam ao gráfico de Pareto uma curva de frequências acumuladas.

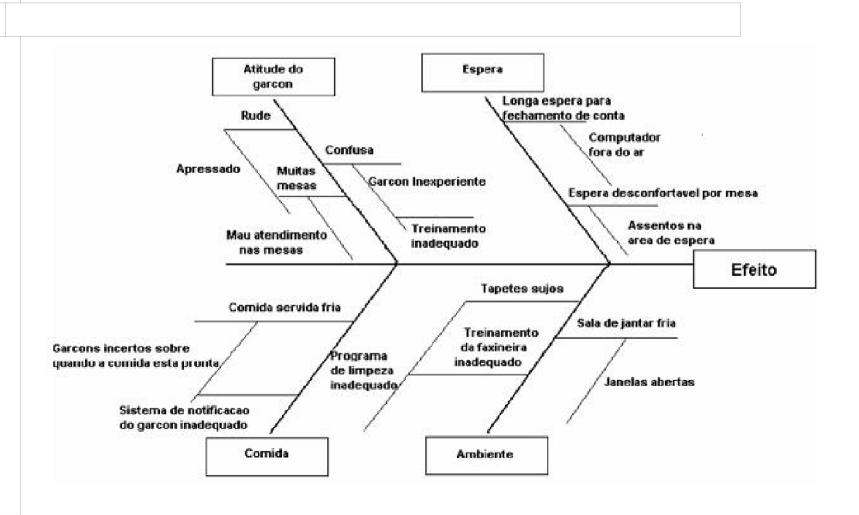


- Diagrama Causa-e-Efeito (Ishikawa)
  - Ferramenta eficiente na localização e reparo de defeitos;
  - Identificado um defeito, erro ou problema, tentar analisar as causas potenciais desse efeito indesejável;



#### Construção

- 1. Definir o problema ou efeito;
- 2. Discutir em equipe potenciais causas;
- Desenhar a caixa de efeito e a linha central
- 4. Citar em caixas ligadas a linha central as principais categorias de causas;
- 5. Identificar causas dentro de cada categoria
- Ordenar as causas, a partir das que provocam maior impacto ao problema;
- 7. Tomar ações corretivas.



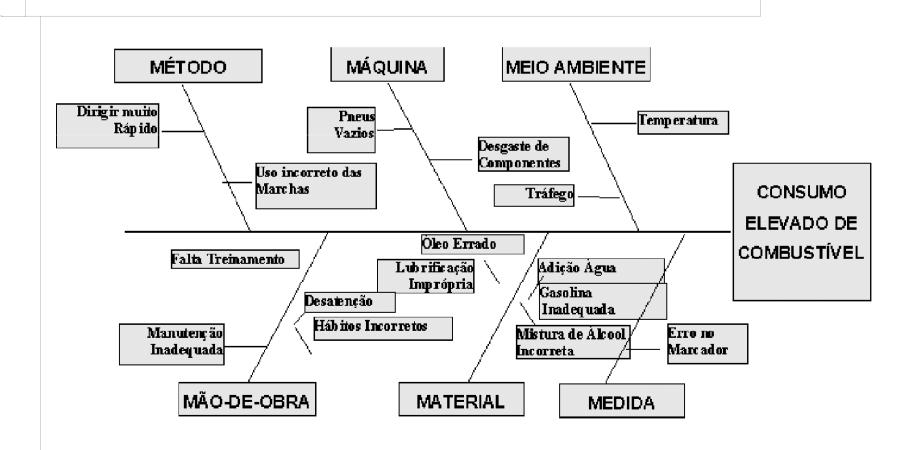
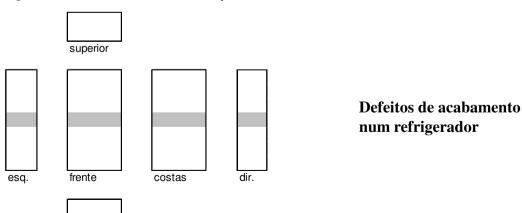


Diagrama de Concentração de Defeitos

inferior

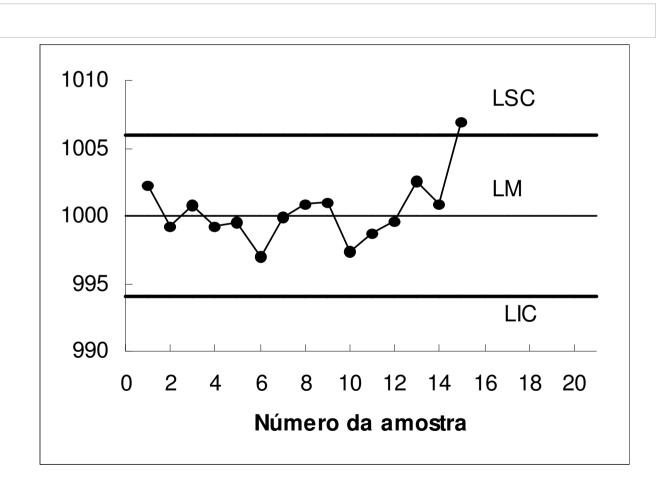
- É uma figura da unidade a ser produzida, mostrando todas os ângulos relevantes;
- Indica-se na figura onde podem ocorrer possíveis defeitos;
- Um estudo sobre a localização desses defeitos pode fornecer alguma informação útil sobre suas possíveis causas.



- Diagrama de Dispersão
  - Gráfico útil para identificação de relações potenciais entre duas variáveis;
  - Problemas em uma variável podem levar a problemas em outras variáveis
  - Por exemplo:
    - X = umidade relativa do ar
    - Y = qtd. de bolhas na pintura de uma geladeira
    - Relação: o aumento na umidade relativa pode ocasionar mais bolhas na pintura.

#### Cartas de Controle

- Desenvolvidas por Shewhart (1920);
- Utilizadas para monitorar um processo, são construídas baseadas num histórico do processo em controle;
- Possibilitam a supervisão do sistema;
- Shewhart desenvolveu cartas para variáveis quantitativas e qualitativas (atributos);
- Baseiam-se na suposição de normalidade;



### Vídeo

https://www.youtube.com/watch?v=Fj87WXip3q0

- Todo processo possui variabilidade, que tem a ver com pequenas diferenças nas características dos produtos produzidos;
- Tal variabilidade é decorrente de
  - Causas Aleatórias ou comuns;
  - Causas Atribuíveis ou especiais;

- Causas Aleatórias
  - Pequenas perturbações no processo;
  - Sempre existirá sendo, essencialmente, inevitável;
  - Ex.: Temperatura, Umidade, Dilatação dos Equipamentos
- Um processo que apresenta variabilidade apenas devido a causas aleatórias é um processo sob controle estatístico.

#### Causas Atribuíveis

- Produzem variações nas características dos produtos em níveis inaceitáveis;
- Provocam deslocamento na média da característica monitorada ou aumento em sua dispersão;
- Ocorrem devido a máquinas mal ajustadas ou controladas de forma inadequada; erros do operador ou matéria prima fora das especificações;
- Uma das principais finalidades do CEP é detectar mudanças no processo devido a causas atribuíveis, tomando rapidamente ações corretivas, de modo a minimizar a produção de *itens não conformes*.

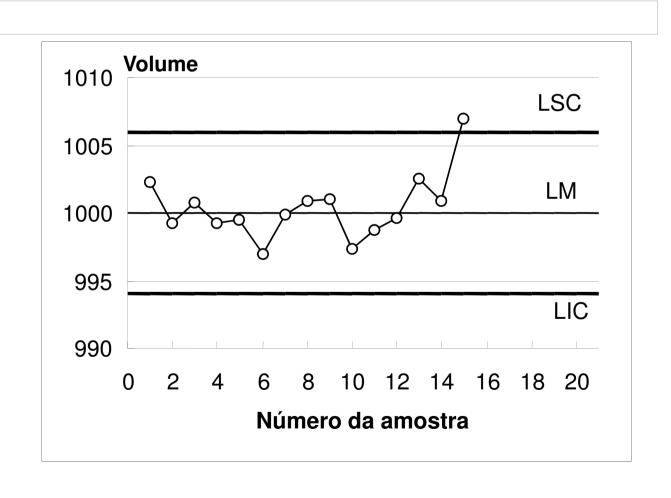
- O gráfico de controle é a ferramenta mais utilizada para monitoramento do processo, objetivando detectar a presença de causas atribuíveis.
- Os gráficos de controle também podem ser utilizados para determinar a capacidade do processo (estimação do número de itens não-conformes de um processo).
- O gráfico de controle pode ainda fornecer informações úteis para a melhoria do processo.

#### Vídeo

https://www.youtube.com/watch?v=gGncH\_nCY mM&list=UUs7\_1qf2pIPkoUnhylprecQ

- O gráfico de controle é uma representação gráfica de uma característica da qualidade que foi medida ou calculada a partir de uma amostra.
- Baseando-se na distribuição normal, os gráficos de controle constituem um instrumento de diagnóstico da existência ou não de variabilidade devido a causas atribuíveis.

- Elementos de um gráfico de controle
  - Abscissa (X): ordem cronológica da amostra ou a sequência das extrações. Deste modo, a escala horizontal é uniforme e associada ao tempo;
  - Ordenada (Y): representa os valores observados da característica da qualidade, que pode ser uma variável ou um atributo;
  - Linha média ou central (LM): representa o valor médio da característica da qualidade quando em estado sob controle, ou seja, quando apenas causas aleatórias estão presentes;
  - Limites de Controle: duas linhas horizontais denominadas limite inferior de controle (LIC) e limite superior de controle (LSC). São escolhidos de forma que, se o processo estiver sob controle, os pontos amostrais estarão entre eles;
  - Suposição: os pontos amostrais devem ser independentes.



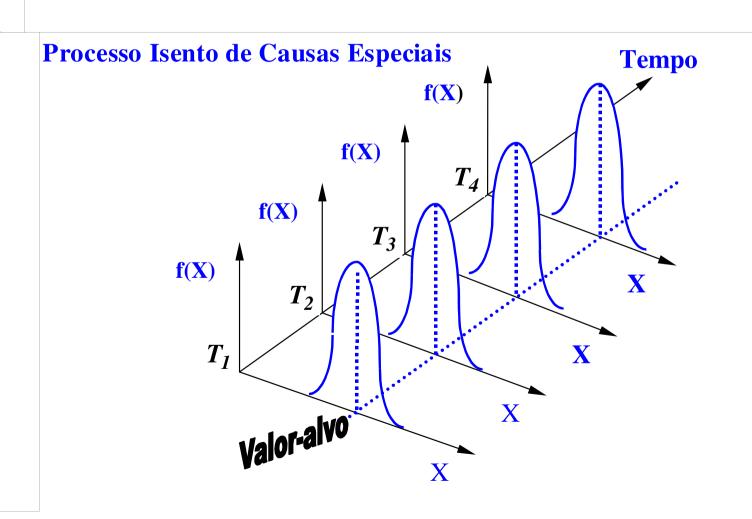
#### Elementos de um gráfico de controle

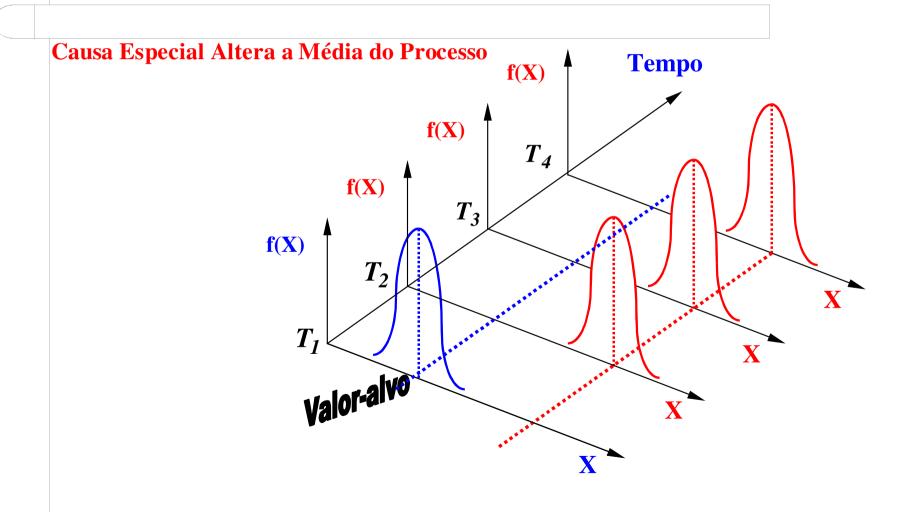
#### Processo sob Controle

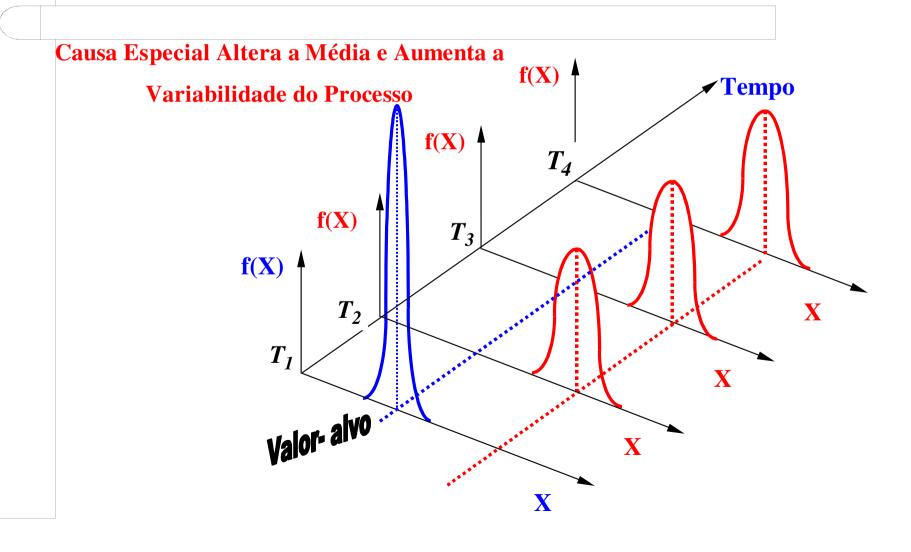
- Pontos amostrais entre os limites de controle ou sem apresentar um comportamento sistemático ou não-aleatório
- Nenhuma ação precisa ser tomada

#### Processo fora de Controle

- Presença de pontos fora dos limites de controle ou presença de padrões não-aleatórios no gráfico
- Realizar investigação para descobrir a possível causa
- Geralmente, faz-se necessária uma ação corretiva para que tal fato não se repita.
- Posteriormente, iremos conhecer técnicas para detectar a presença de padrões não-aleatórios em gráficos de controle.

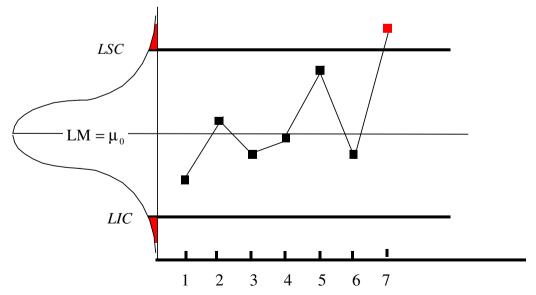






# Relação entre o Gráfico de Controle e o Teste de Hipóteses

- Suposição
  - Suponha que o eixo vertical seja a média amostral  $\bar{x}$
  - Seja H<sub>0</sub>: processo sob controle
- Caso  $LIC \le \overline{x} \le LSC$  => Processo sob Controle. Logo, **não há** evidências para rejeitar  $H_0$ , ou seja,  $H_0$ :  $\mu = \mu_0$ .



# Relação entre o Gráfico de Controle e o Teste de Hipóteses

- A região entre os limites de controle equivale a região de NÃO rejeição de H<sub>0</sub>, enquanto que a região FORA dos limites representa região de rejeição de H<sub>0</sub>;
- Prob. de Erro Tipo I (α): concluir que o processo está fora de controle, quando na verdade ele está sob controle;
- Prob. de Erro Tipo II (β): concluir que o processo está sob controle, quando na verdade ele está fora controle (mais custoso para a empresa);

# Relação entre o Gráfico de Controle e o Teste de Hipóteses

- Tal relação será útil na análise de desempenho do gráfico de controle
  - Habilidade do gráfico em detectar mudanças no processo  $\mu = \mu_0 + \delta$ ;
  - Curva Característica de Operação (CO): conjunto de curvas em que calculamos os valores de  $\beta$ , para um  $\alpha$  fixo, e diferentes valores de  $\mathbf{n}$  (amostra) e  $\delta$ .
- Diferenças entre Testes de Hipóteses (TH) e Gráficos de Controle (GC)
  - TH verifica a validade de suposições: será que o parâmetro  $\mu$  da minha população é igual (maior ou menor) a  $\mu_0$  ?
  - GC: verificar a estabilidade do processo

# Relação entre o Gráfico de Controle e o Teste de Hipóteses

- As causas atribuíveis podem resultar em diferentes tipos de mudança nos parâmetros.
  - 1. A média pode mudar para um novo valor e permanecer neste valor a partir daí;
  - A média pode mudar para um novo valor, mas a causa atribuível poderá ser de curta duração e a média pode retornar ao valor sob controle;
  - 3. A causa atribuível pode resultar em um deslocamento constante ou tendência no valor da média.
  - Note que apenas o primeiro caso está de acordo ao modelo usual do teste de hipótese.

## **Exemplo 1**

- Em uma fábrica de anéis de pistão para motores de automóveis, uma característica crítica da qualidade é o diâmetro interno do anel.
- O processo pode ser controlado em um diâmetro médio de 74mm, com um desvio padrão de 0.01mm. A cada hora, extrai-se uma amostra aleatória de cinco anéis. Deste modo, tem-se que

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0.01}{\sqrt{5}} \approx 0.0045,$$

e limites de controle

$$LIC = 74 - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma_{\overline{X}} = 74 - 3 \times 0.0045 = 73.9865$$

$$LSC = 74 + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma_{\overline{X}} = 74 + 3 \times 0.0045 = 74.0135$$

## **Exemplo 1**

 Tais limites de controle, equivalem em estabelecer as regiões de aceitação e rejeição para um teste de hipóteses

$$H_0: \mu = 74$$

$$H_1: \mu \neq 74$$

 Assim, determinados os limites de controle, o gráfico de controle testa esta hipótese repetidamente, para cada amostra retirada ao acaso no processo.

### Gráficos de Controle Shewhart

- De modo geral, temos que:
  - Seja **T um estimador** de alguma <u>característica</u> da qualidade de interesse, com  $\mu_T = E(T)$  e  $\sigma_T = \sqrt{Var(T)}$ , então

$$LIC = \mu_T - L\sigma_T$$
  
 $LM = \mu_T$   
 $LSC = \mu_T + L\sigma_T$ 

em que **L** é a distância dos limites de controle à linha média, expressa em unidades de desvio-padrão.

 Os gráficos de controle que seguem essa forma geral são denominados gráficos de controle de Shewhart.

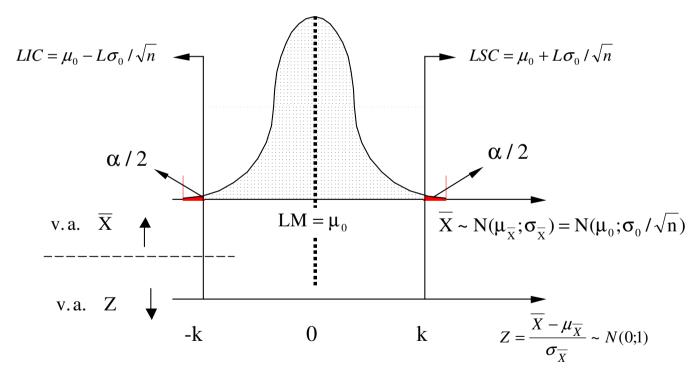
- Os limites dos gráficos de controle são determinados com base na média e no desvio padrão da variável X quando o processo está isento de causas atribuíveis.
- A média deve coincidir com o valor alvo especificado no projeto.
   Entretanto, há situações em que esse valor não é definido a priori.
  - Exemplo: tempo de atendimento em um fast-food.
- A escolha dos limites de controle é uma tarefa crítica na construção dos gráficos de controle:
  - Se **L** é grande
    - Erro tipo I ↓
    - Erro tipo II ↑
  - Se L é pequeno
    - Erro tipo I ↑
    - Erro tipo II ↓

- Note que no exemplo 1, utilizamos L = 3.
- Teorema Central do Limite: Para grande amostras, a distribuição das médias amostrais será aproximadamente normal, logo

$$\frac{\overline{X} - LM}{\sigma_{\overline{X}}}$$

tem distribuição normal-padrão.

- Logo, para L = 3, a probabilidade de um ponto cair fora dos limites de controle sinalizando incorretamente um estado fora de controle (erro tipo I) é de 2 0.00135 = 0,0027.
- Assim, um sinal incorreto de que o processo está fora de controle será gerado a cada 370 pontos amostrais aproximadamente.



Tradicionalmente L=3

$$\alpha = P(Z < -k) + P(Z > k)$$

#### Limites de Probabilidade

- Processo inverso ao apresentado anteriormente
- Basta especificar um erro tipo I e depois determinar os limites correspondentes.
- No exemplo 1, se especificarmos um erro tipo I  $\alpha$  = 0,001, isto é, um falso alarme a cada 1000 pontos amostrais, teremos os seguintes limites de controle:

$$LIC = 74 - Z_{\frac{0.001}{2}}\sigma_{\overline{X}} = 74 - 3.29 \times 0.0045 = 73.9852$$
  
$$LSC = 74 + Z_{\frac{0.001}{2}}\sigma_{\overline{X}} = 74 + 3.29 \times 0.0045 = 74.0148$$

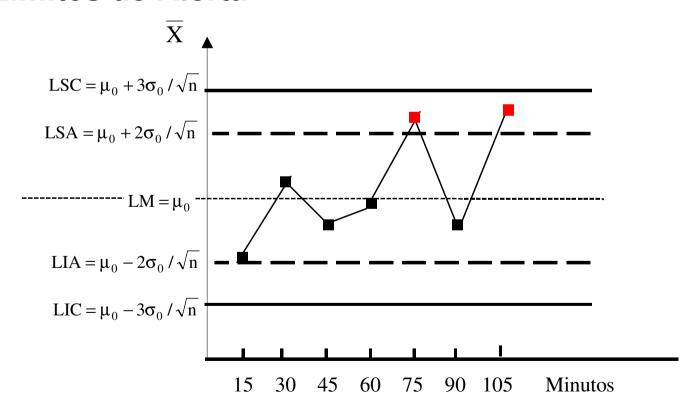
#### Curiosidade

- Nos EUA, é prática padrão determinar os limites de controle como um múltiplo do desvio-padrão, em geral L = 3. Daí, os limites 3 sigmas serem normalmente empregados em gráficos de controle;
- No Reino Unido e em partes da Europa Ocidental, os limites de probabilidade são mais usados, geralmente considerando  $\alpha = 0,001$ .

#### Limites de Alerta

- Alguns analistas sugerem o uso de dois conjuntos de limites em gráficos de controle;
- Limites de ação ou 3-sigma (LIC e LSC): quando um ponto se situa fora desses limites, procura-se uma causa atribuível e toma-se uma ação corretiva;
- Limites de alerta ou 2-sigma: se um ou mais pontos se situam entre os limites de alerta e de controle, devemos suspeitar de que o processo pode não estar operando adequadamente;
- Ponto Positivo: aumentar a sensitividade do gráfico;
- Ponto Negativo: pode gerar um aumento do risco de alarmes falsos.

#### Limites de Alerta



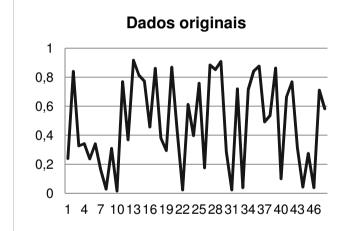
### Vídeos

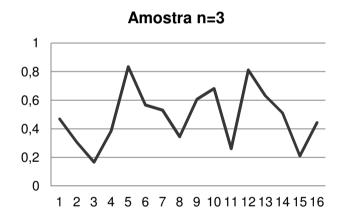
https://www.youtube.com/watch?v=CrCpN78fYtM

- No planejamento de um gráfico de controle, devemos especificar tanto o tamanho da amostra a ser usada, quanto a frequência de amostragem;
- Tais aspectos tem impacto direto no poder em que os gráficos terão em detectar mudanças no processo;
- Tamanho da Amostra: corresponde ao número de itens que serão selecionados para medição da característica da qualidade de interesse;
- Frequência de Amostragem: corresponde ao intervalo de tempo entre a seleção de duas amostras.

#### Tamanho da Amostra

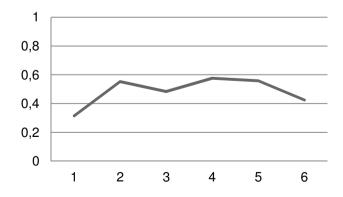
- Na escolha do tamanho da amostra, devemos ter em mente a magnitude da mudança que queremos detectar;
  - O tamanho da amostra é inversamente proporcional ao tamanho da mudança que deseja-se detectar;
  - Amostras maiores permitirão detectar pequenas mudanças no processo;
  - Se a mudança no processo que deseja-se detectar for relativamente grande, então deve-se utilizar tamanhos de amostra menores do que aquelas que usaríamos para detectar mudanças no processo relativamente menores.





Amostra pequena, detecta grandes mudanças na média do processo

#### Amostra n=8



Amostra grande, detecta pequenas mudanças na média do processo

#### Frequência de Amostragem

- Ideal: tomar grandes amostras em pequenos intervalos de tempo
  - Não é factível economicamente;
  - Necessita a alocação de um grande esforço de amostragem;
- Prática Industrial: tomar pequenas amostras, mais frequentemente
  - Evolução tecnológica vem favorecendo esse tipo de prática.

#### Desempenho do Gráfico de Controle

 Comprimento Médio da Sequência (CMS): é o número médio de pontos que devem ser marcados antes que um ponto irregular indique uma condição de fora de controle

$$CMS = \frac{1}{p}$$
 p = prob. que um pto exceda os limites de controle

 O comprimento da sequência para um gráfico de controle provêm de uma distribuição geométrica

#### Consequências

- O desvio padrão é muito grande
- A distribuição é muito assimétrica.

#### Desempenho do Gráfico de Controle

O Comprimento Médio da Sequência (CMS<sub>0</sub>), quando o processo está sob controle é:

$$CMS_0 = \frac{1}{p}$$

Isto é, mesmo que o processo permaneça sob controle, um sinal de fora de controle (falso alarme) será emitido a cada CMS<sub>0</sub> amostras, em média.

#### Desempenho do Gráfico de Controle

Tempo Médio para Alerta (TMA) – Se amostras são tomadas a intervalos fixos de tempo, de h horas, então:

$$TMA = CMS \times h$$

h = intervalo de tempo entre amostras

#### Definição

- Segundo Shewhart, subgrupos ou amostras devem ser selecionadas de tal modo que, se estiverem presentes causas atribuíveis
  - A chance de diferença entre subgrupos será maximizada e
  - A chance de diferença devido a essas causas dentro de um subgrupo será minimizada
- Usam-se duas abordagens gerais para construção de subgrupos racionais

#### **Abordagem 1**

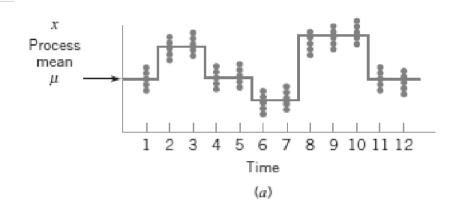
- Cada amostra consiste em unidades que foram produzidas ao mesmo tempo (ou tão próximo possível);
- Assim, minimiza-se a chance de variabilidade dentro da amostra e maximiza a chance entre amostras.
- Usa-se essa abordagem quando o objetivo principal é detectar mudanças no processo.

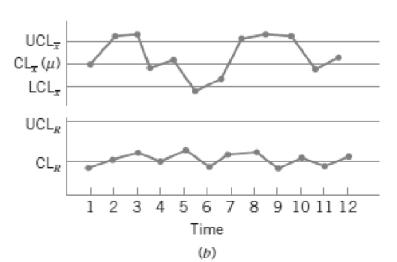
#### Abordagem 2

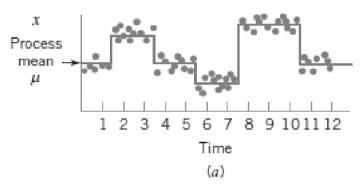
- Cada subgrupo consiste em unidades do produto que são representativas de todas as unidades produzidas desde a última amostragem;
- Logo, cada subgrupo é uma amostra aleatória de toda saída do processo durante o intervalo de amostragem;
- Usa-se essa abordagem quando o objetivo principal é decidir sobre a aceitação de todas as unidades do produto (aceitar um lote, por exemplo) que foram produzidas desde a última amostra;

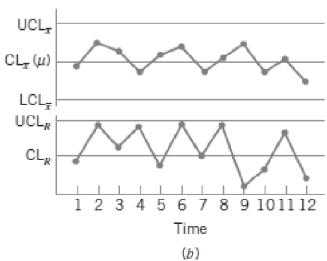
#### Considerações

- Se o processo muda para um estado fora de controle e volta a um estado de controle entre amostras, a abordagem 1 será ineficaz.
- Já a abordagem 2 poderá produzir limites de controle relativamente grandes. Isso pode ocorrer devido a uma oscilação na média do processo durante os intervalos entre amostras, o que resultaria num aumento de variabilidade.









# Análise de Padrões em Gráficos de Controle

- Um gráfico de controle pode indicar uma condição fora de controle quando
  - Um ou mais pontos se localizam fora dos limites de controle, ou
  - Quando os pontos marcados exibem algum padrão de comportamento não-aleatório;
- Em 1956, a Western Eletric sugeriu um conjunto de regras que sugerem uma condição fora de controle

# Análise de Padrões em Gráficos de Controle

#### Regras para os Gráficos de Controle Shewhart

- 1. Um ou mais pontos fora dos limites de controle.
- 2. Dois, de três pontos consecutivos, fora dos limites de alerta (2-sigma).
- 3. Quatro, de cinco pontos consecutivos, além dos limites 1-sigma.
- Uma sequência de oito pontos consecutivos de um mesmo lado da linha central.
- Seis pontos de uma sequência em tendência crescente ou decrescente.
- 6. Quinze pontos em sequência na faixa entre ± 1-sigma.
- 7. Quatorze pontos em sequência alternadamente para cima e para baixo.
- Oito pontos em sequência de ambos os lados da linha central, com nenhum deles acima de 3-sigma.
- 9. Um padrão não-usual ou não aleatório nos dados.
- 10. Um ou mais pontos perto dos limites de alerta ou de controle.

# Análise de Padrões em Gráficos de Controle

### Considerações

- O objetivo dessas regras é de aumentar a sensitividade dos gráficos de controle;
- No entanto, deve-se tomar muito cuidado em utilizar essas regras, visto que podem ocorrer um número excessivo de falsos alarmes;
- Além disso, o excesso de regras ocasiona a perda da simplicidade implícita nos gráficos de controle;
- Isso pode tornar o programa do CEP ineficaz.

## **Exemplo**

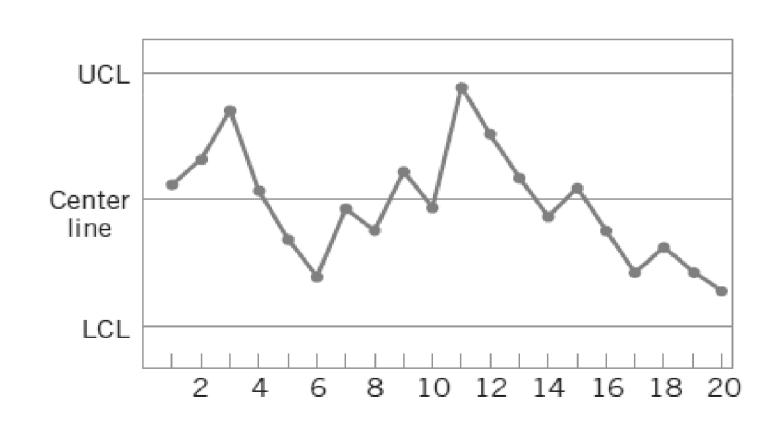
A título de ilustração, para o gráfico  $\overline{X}$  com os limites três-sigma, p=0,0027 é a probabilidade de que um único ponto caia fora dos limites, quando o processo está sob controle.

Determinar o CMS e o TMA (considerando que as amostras são coletadas a cada 20 minutos)

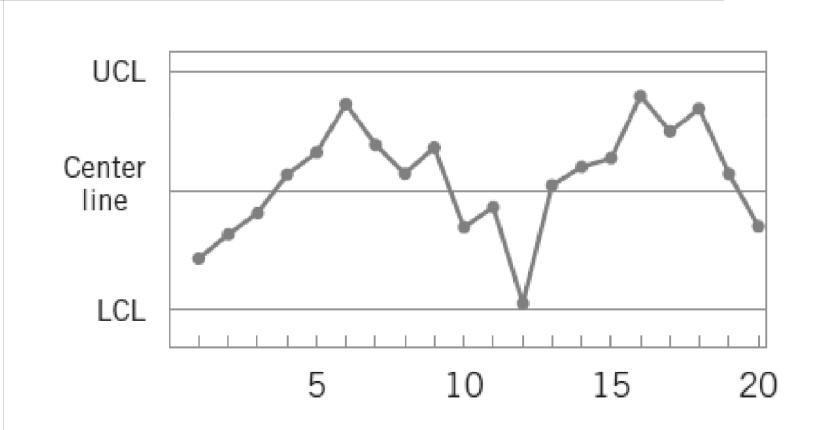
## **Exemplo**

Para o gráfico  $\overline{X}$  com os limites de probabilidade 0,001, quando o processo está sob controle, determine o CMS e o TMA (considerando que as amostras são coletadas a cada 1 hora)

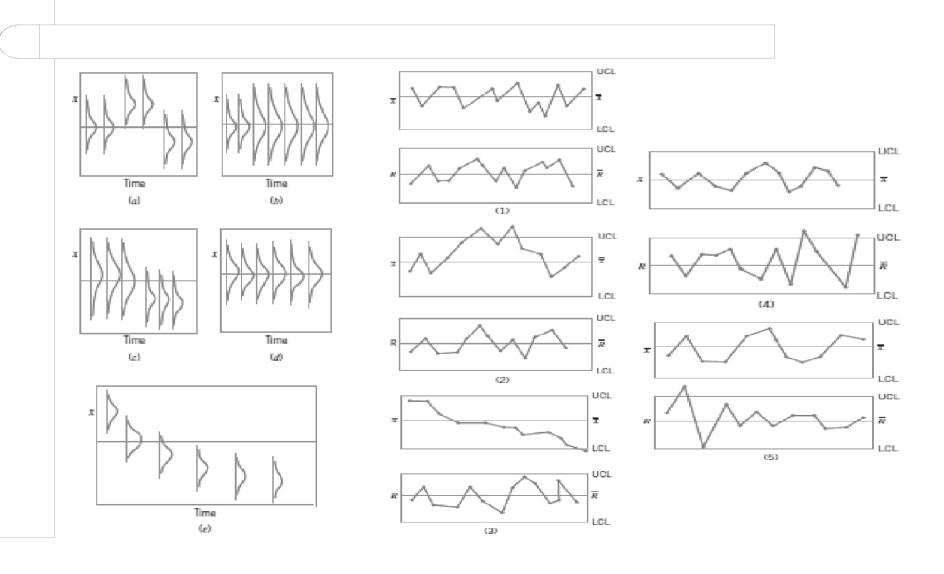
## Exercício – O padrão parece ser aleatório?



## Exercício – O padrão parece ser aleatório?



## Exercício – Associe cada padrão de desempenho aos correspondentes gráficos



### Exercício

Em uma fábrica de anéis de pistão para motores de automóveis, uma característica crítica da qualidade é o diâmetro interno do anel. O processo pode ser controlado em um diâmetro interno médio de 74 mm, e sabe-se que o desvio padrão do diâmetro do anel é de 0,01 mm. Considere que o diâmetro do anel é normalmente distribuído, e que o tamanho da amostra é n=5.

- a) Determine os limites de controle dois-sigma.
- Suponha que tenha sido sugerido o limite de dois-sigma, em vez dos limites típicos de três-sigma. Que efeito o uso dos limites dois-sigma teria sobre o CMS sob controle do gráfico?

### Exercício

Um processo de moldagem usa um molde com cinco cavidades para uma peça usada em uma montagem automotiva. A espessura das paredes da peça é uma característica crítica da qualidade. O processo pode ser controlado em uma espessura média de 1 mm, e sabe-se que o desvio padrão da espessura das paredes da peça é de 0,01 mm. Considere que a espessura das paredes da peça é normalmente distribuído, e que o tamanho da amostra é n=8.

- a) Determine os limites de controle de probabilidade 0,001 e os limites de controle três-sigma.
- Qual o efeito do uso dos limites de probabilidade e três-sigma quando o processo está sob controle na ocorrência de alarme falso?